Activité 6 - 1

a) Écris, si possible, les produits suivants sous la forme d'un carré d'un binôme (CB) ou sous la forme d'un produit de binômes conjugués (BC).

$(a - b) . (a + b)$	$(-a + b) . (b - a)$	$(-a + b) . (-b + a)$	$(-b - a) . (a - b)$
$(a - b) . (a - b)$	$(a - b) . (b - a)$	$(a - b) . (-b + a)$	$(b - a) . (b - a)$
$(a + b) . (b + a)$	$(-b - a) . (-a + b)$	$(a + b) . (-a - b)$	$(b + a) . (a + b)$
$(a - b) . (-a - b)$	$(a + b) . (a + b)$	$(-a - b) . (-a - b)$	$(-a + b) . (-a + b)$

b) Regroupe les expressions donnant le même développement.

a) $\mathbf{(a - b) . (a + b)}$ **(BC)** $(-a + b) . (b - a) = \mathbf{(b - a)^2}$ **(CB)**

$(a - b) . (a - b) = \mathbf{(a - b)^2}$ **(CB)** $(a - b) . (b - a) = /$

$(a + b) . (b + a) = \mathbf{(a + b)^2}$ **(CB)** $(-b - a) . (-a + b) = \mathbf{(-a - b) . (-a + b)}$ **(BC)**

$(a - b) . (-a - b) = \mathbf{(-b + a) . (-b - a)}$ **(BC)** $(a + b) . (a + b) = \mathbf{(a + b)^2}$ **(CB)**

$(-a + b) . (-b + a) = /$ $(-b - a) . (a - b) = \mathbf{(-b - a) . (-b + a)}$ **(BC)**

$(a - b) . (-b + a) = \mathbf{(a - b)^2}$ **(CB)** $(b - a) . (b - a) = \mathbf{(b - a)^2}$ **(CB)**

$(a + b) . (-a - b) = /$ $(b + a) . (a + b) = \mathbf{(a + b)^2}$ **(CB)**

$(-a - b) . (-a - b) = \mathbf{(-a - b)^2}$ **(CB)** $(-a + b) . (-a + b) = \mathbf{(-a + b)^2}$ **(CB)**

b) $a^2 - b^2$ est le développement de $(a - b) . (a + b)$ $(-b - a) . (-a + b)$.

$b^2 - a^2$ est le développement de $(a - b) . (-a - b)$ $(-b - a) . (a - b)$.

$a^2 - 2ab + b^2$ est le développement de $(a - b) . (a - b)$ $(-a + b) . (b - a)$ $(a - b) . (-b + a)$

$(b - a) . (b - a)$ $(-a + b) . (-a + b)$.

$a^2 + 2ab + b^2$ est le développement de $(a + b) . (b + a)$ $(a + b) . (a + b)$ $(b + a) . (a + b)$

$(-a - b) . (-a - b)$.

$-a^2 + 2ab - b^2$ est le développement de $(a - b) . (b - a)$ $(-a + b) . (-b + a)$.

$-a^2 - 2ab - b^2$ est le développement de $(a + b) . (-a - b)$.

p.255 E1-2

Activité 6 - 2

Effectue en utilisant un produit remarquable et note ta réponse sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.

a) $(x + 2) \cdot (x - 2)$ b) $(2x - 1)^2$ c) $(-3 - 4x)^2$ d) $\left(\frac{-x}{3} + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{-x}{3} - \frac{2}{5}\right)$

$(-4x + 3) \cdot (4x + 3)$ $(3x^2 + 5)^2$ $(-2x + 1)^2$ $\left(3x^3 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4} + 3x^3\right)$

$(2x^2 - 1) \cdot (-1 - 2x^2)$ $(1 - 2x^2)^2$ $(-2x^5 + 3x)^2$ $\left(\frac{1}{5}x + \frac{2}{3}\right)^2$

$(-3x^2 + 2) \cdot (-2 - 3x^2)$ $(6x^3 - 1)^2$ $(-x^3 - 3)^2$ $\left(-x^3 + \frac{3}{4}\right)^2$

a) $(x + 2) \cdot (x - 2) = x^2 - 4$

$(-4x + 3) \cdot (4x + 3) = 9 - 16x^2$

$(2x^2 - 1) \cdot (-1 - 2x^2) = 1 - 4x^4$

$(-3x^2 + 2) \cdot (-2 - 3x^2) = 9x^4 - 4$

b) $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

$(3x^2 + 5)^2 = 9x^4 + 30x^2 + 25$

$(1 - 2x^2)^2 = -4x^2 + 4x^4$

$(6x^3 - 1)^2 = 36x^6 - 12x^3 + 1$

c) $(-3 - 4x)^2 = 9 + 24x + 16x^2$

$(-2x + 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

$(-2x^5 + 3x)^2 = 4x^{10} - 12x^6 + 9x^2$

$(-x^3 - 3)^2 = x^6 + 6x^3 + 9$

d) $\left(\frac{-x}{3} + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{-x}{3} - \frac{2}{5}\right) = \frac{x^2}{9} - \frac{4}{25}$

$\left(3x^3 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4} + 3x^3\right) = 9x^6 - \frac{1}{16}$

$\left(\frac{1}{5}x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{25}x^2 + \frac{4}{15}x + \frac{4}{9}$

$\left(-x^3 + \frac{3}{4}\right)^2 = x^6 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{9}{16}$

Activité 6 - 3

Effectue en utilisant un produit remarquable chaque fois que c'est possible et note ta réponse sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.

a) $(x + 3) . (x + 3)$
$(-5x + 2) . (2 + 5x)$
$(x + 3) . (x - 2)$
$(-x - 1) . (-x - 1)$

b) $(2x^2 + 3) . (-2x^2 - 1)$
$(-x^3 - 1) . (-x^3 - 1)$
$(-2x - 1) . (-2x^2 + 1)$
$(x^3 + 2) . (x^3 - 2)$

c) $(x - y) . (y - x)$
$(-x + y) . (-x + y)$
$(-2x - 3y) . (-3x + 2y)$
$(-3x^2 + 4y) . (-4y - 3x^2)$

a) $(x + 3) . (x + 3) = x^2 + 6x + 9$

$(-5x + 2) . (2 + 5x) = 4 - 25x^2 = -25x^2 + 4$

$(x + 3) . (x - 2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$

$(-x - 1) . (-x - 1) = x^2 + 2x + 1$

b) $(2x^2 + 3) . (-2x^2 - 1) = -4x^4 - 2x^2 - 6x^2 - 3 = -4x^4 - 8x^2 - 3$

$(-x^3 - 1) . (-x^3 - 1) = x^6 + 2x^3 + 1$

$(-2x - 1) . (-2x^2 + 1) = 4x^3 - 2x + 2x^2 - 1 = 4x^3 + 2x^2 - 2x - 1$

$(x^3 + 2) . (x^3 - 2) = x^6 - 4$

c) $(x - y) . (y - x) = -(-x + y) . (y - x) = -(y - x)^2 = -(y^2 - 2xy + x^2) = -y^2 + 2xy - x^2$

$(-x + y) . (-x + y) = y^2 - 2xy + x^2$

$(-2x - 3y) . (-3x + 2y) = 6x^2 - 4xy + 9xy - 6y^2 = 6x^2 + 5xy - 6y^2$

$(-3x^2 + 4y) . (-4y - 3x^2) = 9x^4 - 16y^2$

Activité 6 - 4a-b

Effectue et note ta réponse sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.

a) $-(x + 3) + 2 \,.\, (2x + 1)$
$3 \,.\, (2x - 1) - 4 \,.\, (3 - 2x)$
$3x \,.\, (x - 3) + 5x \,.\, (x + 3)$
$(x + 2) \,.\, (x - 3) + (x - 1)$

b) $2x \,.\, (3x + 1) - 3x \,.\, (3x^2 + 2x)$
$(x - 1) \,.\, (x + 3) - (x - 1) \,.\, (x + 2)$
$(2x + 1) \,.\, (x - 3) - (3x + 1) \,.\, (4 - x)$
$2x^2 \,.\, (5x + 3) - (2x + 1) \,.\, (3x^2 - 4)$

a) $-(x + 3) + 2 \,.\, (2x + 1) = -x - 3 + 4x + 2 = 3x - 1$

$3 \,.\, (2x - 1) - 4 \,.\, (3 - 2x) = 6x - 3 - 12 + 8x = 14x - 15$

$3x \,.\, (x - 3) + 5x \,.\, (x + 3) = 3x^2 - 9x + 5x^2 + 15x = 8x^2 + 6x$

$(x + 2) \,.\, (x - 3) + (x - 1) = x^2 - 3x + 2x - 6 + x - 1 = x^2 - 7$

b) $2x \,.\, (3x + 1) - 3x \,.\, (3x^2 + 2x) = 6x^2 + 2x - 9x^3 - 6x^2$

$= -9x^3 + 2x$

$(x - 1) \,.\, (x + 3) - (x - 1) \,.\, (x + 2) = x^2 + 3x - x - 3 - (x^2 + 2x - x - 2)$

$= x^2 + 3x - x - 3 - x^2 - 2x + x + 2$

$= x - 1$

$(2x + 1) \,.\, (x - 3) - (3x + 1) \,.\, (4 - x) = 2x^2 - 6x + x - 3 - (12x - 3x^2 + 4 - x)$

$= 2x^2 - 6x + x - 3 - 12x + 3x^2 - 4 + x$

$= 5x^2 - 16x - 7$

$2x^2 \,.\, (5x + 3) - (2x + 1) \,.\, (3x^2 - 4) = 10x^3 + 6x^2 - (6x^3 - 8x + 3x^2 - 4)$

$= 10x^3 + 6x^2 - 6x^3 + 8x - 3x^2 + 4$

$= 4x^3 + 3x^2 + 8x + 4$

Activité 6 - 4c-d

c) $(2x + 3) . (2x - 3) + (2x + 1)^2$
$(x - 3)^2 + x . (x + 2)$
$(2x + 3) . (5x - 1) + (2x + 3)^2$
$(x + 1) . (x - 1) . (x + 1) + (x + 1)^2$
$2 . (x + 1) . (x - 1) + 3x . (2x - 1)^2$

d) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2$
$(x + 3)^2 - (x + 1) . (-1 + x)$
$(3x + 1)^2 - (4 - 2x) . (x + 2)$
$(3x - 2)^2 - 3 . (2x - 3) . (2x + 3)$
$(2x - 3)^2 - 2x . (x + 5)^2$

c) $(2x + 3) . (2x - 3) + (2x + 1)^2 = 4x^2 - 9 + 4x^2 + 4x + 1 = 8x^2 + 4x - 8$

$(x - 3)^2 + x . (x + 2) = x^2 - 6x + 9 + x^2 + 2x = 2x^2 - 4x + 9$

$(2x + 3) . (5x - 1) + (2x + 3)^2 = 10x^2 - 2x + 15x - 3 + 4x^2 + 12x + 9 = 14x^2 + 25x + 6$

$(x + 1) . (x - 1) . (x + 1) + (x + 1)^2 = (x^2 - 1) . (x + 1) + x^2 + 2x + 1$

$= x^3 + x^2 - x - 1 + x^2 + 2x + 1$

$= x^3 + 2x^2 + x$

$2 . (x + 1) . (x - 1) + 3x . (2x - 1)^2 = 2 . (x^2 - 1) + 3x . (4x^2 - 4x + 1)$

$= 2x^2 - 2 + 12x^3 - 12x^2 + 3x$

$= 12x^3 - 10x^2 + 3x - 2$

d) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1 - (4x^2 - 4x + 1) = 4x^2 + 4x + 1 - 4x^2 + 4x - 1 = 8x$

$(x + 3)^2 - (x + 1) . (-1 + x) = x^2 + 6x + 9 - (x^2 - 1) = x^2 + 6x + 9 - x^2 + 1 = 6x + 10$

$(3x + 1)^2 - (4 - 2x) . (x + 2) = 9x^2 + 6x + 1 - (4x + 8 - 2x^2 - 4x)$

$= 9x^2 + 6x + 1 - 4x - 8 + 2x^2 + 4x$

$= 11x^2 + 6x - 7$

$(3x - 2)^2 - 3 . (2x - 3) . (2x + 3) = 9x^2 - 12x + 4 - 3 . (4x^2 - 9)$

$= 9x^2 - 12x + 4 - 12x^2 + 27$

$= -3x^2 - 12x + 31$

$(2x - 3)^2 - 2x . (x + 5)^2 = 4x^2 - 12x + 9 - 2x . (x^2 + 10x + 25)$

$= 4x^2 - 12x + 9 - 2x^3 - 20x^2 - 50x$

$= -2x^3 - 16x^2 - 62x + 9$

Activité 6 - 6

Démontre les égalités suivantes :

a) $(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

b) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

c) $(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ac$

d) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

e) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

a) $(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$

$= a^3 - b^3$

b) $(a + b + c)^2 = (a + b + c) \cdot (a + b + c)$

$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

c) $(a - b - c)^2 = (a - b - c) \cdot (a - b - c)$

$= a^2 - ab - ac - ab + b^2 + bc - ac + bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

d) $(a - b)^3 = (a - b)^2 \cdot (a - b)$

$= (a^2 - 2ab + b^2) \cdot (a - b)$

$= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

e) $(a + b)^3 = (a + b)^2 \cdot (a + b)$

$= (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a + b)$

$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$